Подписано цифровой подписью: Natalia Leshuk
Дата: 2026.08.29 20:49:48 +03'00'

ЧАСТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ
«ПЕТРОВСКАЯ ШКОЛА»

Принято
на заседании педагогического совета
протокол № 1 от 27 августа 2026 г.

Утверждаю
Генеральный директор
Вяземская Е.К.
приказ №1 от 27 августа 2026 г.

Рабочая программа
элективного курса «математика»
на 2026-2027 учебный год

Класс: 11
Уровень образования: среднее общее образование
Преподаватель: Щепакина И.М.

Москва, 2026 г.

1. Пояснительная записка.

Рабочая программа элективного курса «математика» для 11 класса подготовлена в соответствии с:

1. федеральным законом «Об образовании в Российской Федерации» от 29.12.2012 г. № 273-ФЗ, в действующей редакции;
2. приказом Минобрнауки России от 17 мая 2012 г. № 413 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования» (Зарегистрирован 07. 06. 2012 г. N 24480), в действующей редакции;
3. основной образовательной программой среднего общего образования ЧУ ОО «Петровская школа»;
4. федеральной рабочей программой по математике среднего общего образования (углубленный уровень), Москва, 2023 г.;
5. приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 23.07.2025 № 551 "Об утверждении федерального перечня электронных образовательных ресурсов, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования";
6. программой воспитания ЧУ ОО «Петровская школа».

В эпоху цифровой трансформации всех сфер человеческой деятельности невозможно стать образованным современным человеком без хорошей математической подготовки. Это обусловлено тем, что в наши дни растёт число специальностей, связанных с непосредственным применением математики: и в сфере экономики, и в бизнесе, и в технологических областях, и даже в гуманитарных сферах. Таким образом, круг обучающихся, для которых математика становится значимым предметом, фундаментом образования, существенно расширяется. В него входят не только обучающиеся, планирующие заниматься творческой и исследовательской работой в области математики, информатики, физики, экономики и в других областях, но и те, кому математика нужна для использования в профессиях,

не связанных непосредственно с ней. Прикладная значимость математики обусловлена тем, что её предметом являются фундаментальные структуры нашего мира: пространственные формы и количественные отношения, функциональные зависимости и категории неопределённости, от простейших, усваиваемых в непосредственном опыте, до достаточно сложных, необходимых для развития научных и технологических идей. Без конкретных математических знаний затруднено понимание принципов устройства и использования современной техники, восприятие и интерпретация разнообразной социальной, экономической, политической информации, малоэффективна повседневная практическая деятельность. Во многих сферах профессиональной деятельности требуются умения выполнять расчёты, составлять алгоритмы, применять формулы, проводить геометрические измерения и построения, читать, обрабатывать, интерпретировать и представлять информацию в виде таблиц, диаграмм и графиков, понимать вероятностный характер случайных событий. Одновременно с расширением сфер применения математики в современном обществе всё более важным становится математический стиль мышления, проявляющийся в определённых умственных навыках. В процессе изучения математики в арсенал приёмов и методов мышления человека естественным образом включаются индукция и дедукция, обобщение и конкретизация, анализ и синтез, классификация и систематизация, абстрагирование и аналогия. Объекты математических умозаключений, правила их конструирования раскрывают механизм логических построений, способствуют выработке умения формулировать, обосновывать и доказывать суждения, тем самым формируют логический стиль мышления. Ведущая роль принадлежит математике в формировании алгоритмической компоненты мышления и воспитании умений действовать по заданным алгоритмам, совершенствовать известные и конструировать новые. В процессе решения задач – основы для организации учебной деятельности на уроках математики – развиваются творческая и прикладная стороны мышления. Обучение

математике даёт возможность развивать у обучающихся точную, рациональную и информативную речь, умение отбирать наиболее подходящие языковые, символические, графические средства для выражения суждений и наглядного их представления. Необходимым компонентом общей культуры в современном толковании является общее знакомство с методами познания действительности, представление о предмете и методе математики, его отличиях от методов естественных и гуманитарных наук, об особенностях применения математики для решения научных и прикладных задач. Таким образом, математическое образование вносит свой вклад в формирование общей культуры человека. Изучение математики способствует эстетическому воспитанию человека, пониманию красоты и изящества математических рассуждений, восприятию геометрических форм, усвоению идеи симметрии.

Приоритетными целями обучения математике в 11 классах продолжают оставаться:

формирование центральных математических понятий (число, величина, геометрическая фигура, переменная, вероятность, функция, производная, интеграл), обеспечивающих преемственность и перспективность математического образования обучающихся;

подведение обучающихся на доступном для них уровне к осознанию взаимосвязи математики и окружающего мира, пониманию математики как части общей культуры человечества;

развитие интеллектуальных и творческих способностей обучающихся, познавательной активности, исследовательских умений, критичности мышления, интереса к изучению математики;

формирование функциональной математической грамотности: умения распознавать математические аспекты в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей, формулировать их на языке математики и создавать математические модели, применять освоенный математический аппарат для

решения практико-ориентированных задач, интерпретировать и оценивать полученные результаты.

На изучение элективного курса отведено 136 часов, по 4 часа в неделю.

2. Содержание учебного курса.

Алгебра и начала математического анализа

Числа и вычисления

Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби. Применение дробей и процентов для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни.

Действительные числа. Рациональные и иррациональные числа. Арифметические операции с действительными числами. Модуль действительного числа и его свойства. Приближённые вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений.

Степень с целым показателем. Бином Ньютона. Использование подходящей формы записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных.

Арифметический корень натуральной степени и его свойства.

Степень с рациональным показателем и её свойства, степень с действительным показателем.

Логарифм числа. Свойства логарифма. Десятичные и натуральные логарифмы.

Синус, косинус, тангенс, котангенс числового аргумента. Арксинус, арккосинус и арктангенс числового аргумента.

Уравнения и неравенства.

Тождества и тождественные преобразования. Уравнение, корень уравнения. Равносильные уравнения и уравнения-следствия. Неравенство, решение неравенства.

Основные методы решения целых и дробно-рациональных уравнений и неравенств. Многочлены от одной переменной. Деление многочлена на многочлен с остатком. Теорема Безу. Многочлены с целыми коэффициентами. Теорема Виета.

Преобразования числовых выражений, содержащих степени и корни.

Иррациональные уравнения. Основные методы решения иррациональных уравнений.

Показательные уравнения. Основные методы решения показательных уравнений.

Преобразование выражений, содержащих логарифмы. Логарифмические уравнения. Основные методы решения логарифмических уравнений. Основные тригонометрические формулы. Преобразование тригонометрических выражений.

Решение тригонометрических уравнений. Решение систем линейных уравнений. Матрица системы линейных уравнений. Определитель матрицы 2×2, его геометрический смысл и свойства, вычисление его значения, применение определителя для решения системы линейных уравнений. Решение прикладных задач с помощью системы линейных уравнений. Исследование построенной модели с помощью матриц и определителей.

Построение математических моделей реальной ситуации с помощью уравнений и неравенств. Применение уравнений и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни.

Натуральные и целые числа. Применение признаков делимости целых чисел, наибольший общий делитель (далее – НОД) и наименьшее общее кратное (далее – НОК), остатков по модулю, алгоритма Евклида для решения задач в целых числах.

Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа. Арифметические операции с комплексными числами.

Изображение комплексных чисел на координатной плоскости. Формула Муавра.

Корни n-ой степени из комплексного числа. Применение комплексных чисел для решения физических и геометрических задач.

Система и совокупность уравнений и неравенств. Равносильные системы и системы-следствия. Равносильные неравенства.

Отбор корней тригонометрических уравнений с помощью тригонометрической окружности. Решение тригонометрических неравенств.

Основные методы решения показательных и логарифмических неравенств.

Основные методы решения иррациональных неравенств.

Основные методы решения систем и совокупностей рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений.

Уравнения, неравенства и системы с параметрами.

Применение уравнений, систем и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни, интерпретация полученных результатов.

Функции и графики

Функция, способы задания функции. Взаимно обратные функции. Композиция функций. График функции. Элементарные преобразования графиков функций.

Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Чётные и нечётные функции. Периодические функции. Промежутки монотонности функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.

Линейная, квадратичная и дробно-линейная функции. Элементарное исследование и построение их графиков.

Степенная функция с натуральным и целым показателем. Её свойства и график. Свойства и график корня n-ой степени как функции обратной степени с натуральным показателем.

Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики. Использование графиков функций для решения уравнений.

Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента.

Функциональные зависимости в реальных процессах и явлениях. Графики реальных зависимостей.

График композиции функций. Геометрические образы уравнений и неравенств на координатной плоскости.

Тригонометрические функции, их свойства и графики.

Графические методы решения уравнений и неравенств.

Графические методы решения задач с параметрами.

Использование графиков функций для исследования процессов и зависимостей, которые возникают при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни.

Начала математического анализа

Последовательности, способы задания последовательностей. Метод математической индукции. Монотонные и ограниченные последовательности. История возникновения математического анализа как анализа бесконечно малых.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Линейный и экспоненциальный рост. Число e. Формула сложных процентов. Использование прогрессии для решения реальных задач прикладного характера.

Непрерывные функции и их свойства. Точки разрыва. Асимптоты графиков функций. Свойства функций непрерывных на отрезке. Метод интервалов для решения неравенств. Применение свойств непрерывных функций для решения задач.

Первая и вторая производные функции. Определение, геометрический и физический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции.

Производные элементарных функций.

Производная суммы, произведения, частного и композиции функций.

Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы. Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке.

Применение производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах, для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком.

Первообразная, основное свойство первообразных. Первообразные элементарных функций. Правила нахождения первообразных.

Интеграл. Геометрический смысл интеграла. Вычисление определённого интеграла по формуле Ньютона–Лейбница.

Применение интеграла для нахождения площадей плоских фигур и объёмов геометрических тел.

Примеры решений дифференциальных уравнений. Математическое моделирование реальных процессов с помощью дифференциальных уравнений.

Множества и логика

Множество, операции над множествами и их свойства. Диаграммы Эйлера–Венна. Применение теоретико-множественного аппарата для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов.

Определение, теорема, свойство математического объекта, следствие, доказательство, равносильные уравнения.

Геометрия

Прямые и плоскости в пространстве

Основные понятия стереометрии. Точка, прямая, плоскость, пространство. Понятие об аксиоматическом построении стереометрии: аксиомы стереометрии и следствия из них.

Взаимное расположение прямых в пространстве: пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Признаки скрещивающихся прямых. Параллельность прямых и плоскостей в пространстве: параллельные прямые в пространстве, параллельность трёх прямых, параллельность прямой и плоскости. Параллельное и центральное проектирование, изображение фигур. Основные свойства параллельного проектирования. Изображение фигур в параллельной проекции. Углы с сонаправленными сторонами, угол между прямыми в пространстве. Параллельность плоскостей: параллельные плоскости, свойства параллельных плоскостей. Простейшие пространственные фигуры на плоскости: тетраэдр, параллелепипед, построение сечений.

Перпендикулярность прямой и плоскости: перпендикулярные прямые в пространстве, прямые параллельные и перпендикулярные к плоскости, признак перпендикулярности прямой и плоскости, теорема о прямой перпендикулярной плоскости. Ортогональное проектирование. Перпендикуляр и наклонные: расстояние от точки до плоскости, расстояние от прямой до плоскости, проекция фигуры на плоскость. Перпендикулярность плоскостей: признак перпендикулярности двух плоскостей. Теорема о трёх перпендикулярах.

Углы в пространстве: угол между прямой и плоскостью, двугранный угол, линейный угол двугранного угла. Трёхгранный и многогранные углы. Свойства плоских углов многогранного угла. Свойства плоских и двугранных углов трёхгранного угла. Теоремы косинусов и синусов для трёхгранного угла.

Многогранники

Виды многогранников, развёртка многогранника. Призма: n-угольная призма, прямая и наклонная призмы, боковая и полная поверхность призмы. Параллелепипед, прямоугольный параллелепипед и его свойства. Кратчайшие пути на поверхности многогранника. Теорема Эйлера. Пространственная теорема Пифагора. Пирамида: n-угольная пирамида, правильная и усечённая пирамиды. Свойства рёбер и боковых граней правильной пирамиды. Правильные многогранники: правильная призма и правильная пирамида, правильная треугольная пирамида и правильный тетраэдр, куб. Представление о правильных многогранниках: октаэдр, додекаэдр и икосаэдр.

Вычисление элементов многогранников: рёбра, диагонали, углы. Площадь боковой поверхности и полной поверхности прямой призмы, площадь оснований, теорема о боковой поверхности прямой призмы. Площадь боковой поверхности и поверхности правильной пирамиды, теорема о площади усечённой пирамиды.

Симметрия в пространстве. Элементы симметрии правильных многогранников. Симметрия в правильном многограннике: симметрия параллелепипеда, симметрия правильных призм, симметрия правильной пирамиды.

Векторы и координаты в пространстве

Понятия: вектор в пространстве, нулевой вектор, длина ненулевого вектора, векторы коллинеарные, сонаправленные и противоположно направленные векторы. Равенство векторов. Действия с векторами: сложение и вычитание векторов, сумма нескольких векторов, умножение вектора на число. Свойства сложения векторов. Свойства умножения вектора на число. Понятие компланарные векторы. Признак компланарности трёх векторов. Правило параллелепипеда. Теорема о разложении вектора по трём некомпланарным векторам. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Связь между координатами вектора и

координатами точек. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов.

Векторы в пространстве. Операции над векторами. Векторное умножение векторов. Свойства векторного умножения. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Разложение вектора по базису. Координатно-векторный метод при решении геометрических задач.

Тела вращения

Понятия: цилиндрическая поверхность, коническая поверхность, сферическая поверхность, образующие поверхностей. Тела вращения: цилиндр, конус, усечённый конус, сфера, шар. Взаимное расположение сферы и плоскости, касательная плоскость к сфере. Изображение тел вращения на плоскости. Развёртка цилиндра и конуса. Симметрия сферы и шара. Объём. Основные свойства объёмов тел. Теорема об объёме прямоугольного параллелепипеда и следствия из неё.

Объём прямой и наклонной призмы, цилиндра, пирамиды и конуса. Объём шара и шарового сегмента.

Комбинации тел вращения и многогранников. Призма, вписанная в цилиндр, описанная около цилиндра. Пересечение сферы и шара с плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Понятие многогранника, описанного около сферы, сферы, вписанной в многогранник или тело вращения.

Площадь поверхности цилиндра, конуса, площадь сферы и её частей. Подобие в пространстве. Отношение объёмов, площадей поверхностей подобных фигур. Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.

Построение сечений многогранников и тел вращения: сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения шара, методы построения сечений: метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости.

Движения в пространстве

Движения пространства. Отображения. Движения и равенство фигур. Общие свойства движений. Виды движений: параллельный перенос, центральная симметрия, зеркальная симметрия, поворот вокруг прямой. Преобразования подобия. Прямая и сфера Эйлера.

Вероятность и статистика

Граф, связный граф, пути в графе: циклы и цепи. Степень (валентность) вершины. Графы на плоскости. Деревья.

Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события. Близость частоты и вероятности событий. Случайные опыты с равновозможными элементарными событиями.

Операции над событиями: пересечение, объединение, противоположные события. Диаграммы Эйлера. Формула сложения вероятностей.

Условная вероятность. Умножение вероятностей. Дерево случайного эксперимента. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимые события.

Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания.

Серия независимых испытаний до первого успеха. Перестановки и факториал. Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона.

Серия независимых испытаний Бернулли.

Случайный выбор из конечной совокупности. Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. Операции над случайными величинами. Бинарная случайная величина. Примеры распределений, в том числе геометрическое и биномиальное.

Совместное распределение двух случайных величин. Независимые

случайные величины.

Математическое ожидание случайной величины (распределения). Примеры применения математического ожидания (страхование, лотерея). Математическое ожидание бинарной случайной величины. Математическое ожидание суммы случайных величин. Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений.

Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины (распределения). Дисперсия бинарной случайной величины. Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин. Дисперсия и стандартное отклонение биномиального распределения. Дисперсия и стандартное отклонение геометрического распределения.

Неравенство Чебышёва. Теорема Чебышёва. Теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод исследований. Выборочные характеристики. Оценивание вероятности события по выборочным данным. Проверка простейших гипотез с помощью изученных распределений.

Непрерывные случайные величины. Примеры. Функция плотности вероятности распределения. Равномерное распределение и его свойства. Задачи, приводящие к показательному распределению. Задачи, приводящие к нормальному распределению. Функция плотности вероятности показательного распределения, функция плотности вероятности нормального распределения. Функция плотности и свойства нормального распределения.

Последовательность одиночных независимых событий. Задачи, приводящие к распределению Пуассона.

Ковариация двух случайных величин. Коэффициент линейной корреляции. Совместные наблюдения двух величин. Выборочный коэффициент корреляции. Различие между линейной связью и причинно-следственной связью. Линейная регрессия, метод наименьших квадратов.

3. Планируемые результаты освоения учебного предмета.

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1) гражданского воспитания: сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и другое), умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;

2) патриотического воспитания: сформированность российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы, использование этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики;

3) духовно-нравственного воспитания: осознание духовных ценностей российского народа, сформированность нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного, осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;

4) эстетического воспитания: эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, восприимчивость к математическим аспектам различных видов искусства;

5) физического воспитания: сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), физическое совершенствование при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;

6) трудового воспитания: готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы,

готовность и способность к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности;

7) экологического воспитания: сформированность экологической культуры, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознание глобального характера экологических проблем, ориентация на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирование поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды;

8) ценности научного познания: сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В результате изучения математики на уровне среднего общего образования у обучающегося будут сформированы познавательные универсальные учебные действия, коммуникативные универсальные учебные действия, регулятивные универсальные учебные действия, совместная деятельность.

Познавательные универсальные учебные действия

Базовые логические действия:

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные суждения и выводы;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;

выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;

оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

Коммуникативные универсальные учебные действия:

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

Регулятивные универсальные учебные действия

Самоорганизация:

составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль:

владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;

оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

Совместная деятельность:

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, «мозговые штурмы» и иные), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Числа и вычисления:

свободно оперировать понятиями: рациональное число, бесконечная периодическая дробь, проценты, иррациональное число, множества рациональных и действительных чисел, модуль действительного числа;

применять дроби и проценты для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни;

применять приближённые вычисления, правила округления, прикидку и оценку результата вычислений;

свободно оперировать понятием: степень с целым показателем, использовать подходящую форму записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных; свободно оперировать понятием: арифметический корень натуральной степени;

свободно оперировать понятием: степень с рациональным показателем; свободно оперировать понятиями: логарифм числа, десятичные и натуральные логарифмы;

свободно оперировать понятиями: синус, косинус, тангенс, котангенс числового аргумента;

оперировать понятиями: арксинус, арккосинус и арктангенс числового аргумента;

свободно оперировать понятиями: натуральное и целое число, множества натуральных и целых чисел, использовать признаки делимости целых чисел, НОД и НОК натуральных чисел для решения задач, применять алгоритм Евклида; свободно оперировать понятием остатка по модулю, записывать натуральные числа в различных позиционных системах счисления;

свободно оперировать понятиями: комплексное число и множество комплексных чисел, представлять комплексные числа в алгебраической и тригонометрической форме, выполнять арифметические операции с ними и изображать на координатной плоскости.

Уравнения и неравенства:

свободно оперировать понятиями: тождество, уравнение, неравенство, равносильные уравнения и уравнения-следствия, равносильные неравенства;

применять различные методы решения рациональных и дробно-рациональных уравнений, применять метод интервалов для решения неравенств;

свободно оперировать понятиями: многочлен от одной переменной, многочлен с целыми коэффициентами, корни многочлена, применять деление многочлена на многочлен с остатком, теорему Безу и теорему Виета для решения задач; свободно оперировать понятиями: система линейных уравнений, матрица, определитель матрицы 2×2 и его геометрический смысл, использовать свойства определителя 2×2 для вычисления его значения, применять определители для решения системы линейных

уравнений, моделировать реальные ситуации с помощью системы линейных уравнений, исследовать построенные модели с помощью матриц и определителей, интерпретировать полученный результат;

использовать свойства действий с корнями для преобразования выражений; выполнять преобразования числовых выражений, содержащих степени с рациональным показателем;

использовать свойства логарифмов для преобразования логарифмических выражений;

свободно оперировать понятиями: иррациональные, показательные и логарифмические уравнения, находить их решения с помощью равносильных переходов или осуществляя проверку корней;

применять основные тригонометрические формулы для преобразования тригонометрических выражений;

свободно оперировать понятием: тригонометрическое уравнение, применять необходимые формулы для решения основных типов тригонометрических уравнений;

моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

свободно оперировать понятиями: иррациональные, показательные и логарифмические неравенства, находить их решения с помощью равносильных переходов;

осуществлять отбор корней при решении тригонометрического уравнения;

свободно оперировать понятием тригонометрическое неравенство, применять необходимые формулы для решения основных типов тригонометрических неравенств;

свободно оперировать понятиями: система и совокупность уравнений и неравенств, равносильные системы и системы-следствия, находить решения системы и совокупностей рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений и неравенств;

решать рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические и тригонометрические уравнения и неравенства, содержащие модули и параметры;

применять графические методы для решения уравнений и неравенств, а также задач с параметрами;

моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат.

Функции и графики:

свободно оперировать понятиями: функция, способы задания функции, взаимно обратные функции, композиция функций, график функции, выполнять элементарные преобразования графиков функций;

свободно оперировать понятиями: область определения и множество значений функции, нули функции, промежутки знакопостоянства;

свободно оперировать понятиями: чётные и нечётные функции, периодические функции, промежутки монотонности функции, максимумы и минимумы функции, наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке;

свободно оперировать понятиями: степенная функция с натуральным и целым показателем, график степенной функции с натуральным и целым показателем, график корня n-ой степени как функции обратной степени с натуральным показателем;

оперировать понятиями: линейная, квадратичная и дробно-линейная функции, выполнять элементарное исследование и построение их графиков;

свободно оперировать понятиями: показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики, использовать их графики для решения уравнений;

свободно оперировать понятиями: тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента;

использовать графики функций для исследования процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни, выражать формулами зависимости между величинами;

строить графики композиции функций с помощью элементарного исследования и свойств композиции двух функций;

строить геометрические образы уравнений и неравенств на координатной плоскости;

свободно оперировать понятиями: графики тригонометрических функций;

применять функции для моделирования и исследования реальных процессов.

Начала математического анализа:

свободно оперировать понятиями: арифметическая и геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, линейный и экспоненциальный рост, формула сложных процентов, иметь преставление о константе;

использовать прогрессии для решения реальных задач прикладного характера;

свободно оперировать понятиями: последовательность, способы задания последовательностей, монотонные и ограниченные последовательности, понимать основы зарождения математического анализа как анализа бесконечно малых;

свободно оперировать понятиями: непрерывные функции, точки разрыва графика функции, асимптоты графика функции;

свободно оперировать понятием: функция, непрерывная на отрезке, применять свойства непрерывных функций для решения задач;

свободно оперировать понятиями: первая и вторая производные функции, касательная к графику функции;

вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции двух функций, знать производные элементарных функций;

использовать геометрический и физический смысл производной для решения задач;

использовать производную для исследования функции на монотонность и экстремумы;

находить наибольшее и наименьшее значения функции непрерывной на отрезке; использовать производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах, для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком;

свободно оперировать понятиями: первообразная, определённый интеграл, находить первообразные элементарных функций и вычислять интеграл по формуле Ньютона–Лейбница;

находить площади плоских фигур и объёмы тел с помощью интеграла;

иметь представление о математическом моделировании на примере составления дифференциальных уравнений;

решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, средствами математического анализа.

Множества и логика:

свободно оперировать понятиями: множество, операции над множествами; использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов;

свободно оперировать понятиями: определение, теорема, уравнение следствие, свойство математического объекта, доказательство, равносильные уравнения и неравенства.

ГЕОМЕТРИЯ

Обучающийся научится:

свободно оперировать основными понятиями стереометрии при решении задач и проведении математических рассуждений;

применять аксиомы стереометрии и следствия из них при решении геометрических задач;

классифицировать взаимное расположение прямых в пространстве, плоскостей в пространстве, прямых и плоскостей в пространстве;

свободно оперировать понятиями, связанными с углами в пространстве: между прямыми в пространстве, между прямой и плоскостью;

свободно оперировать понятиями, связанными с многогранниками;

свободно распознавать основные виды многогранников (призма, пирамида, прямоугольный параллелепипед, куб);

классифицировать многогранники, выбирая основания для классификации;

свободно оперировать понятиями, связанными с сечением многогранников плоскостью;

выполнять параллельное, центральное и ортогональное проектирование фигур на плоскость, выполнять изображения фигур на плоскости;

строить сечения многогранников различными методами, выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу;

вычислять площади поверхностей многогранников (призма, пирамида), геометрических тел с применением формул;

свободно оперировать понятиями: симметрия в пространстве, центр, ось и плоскость симметрии, центр, ось и плоскость симметрии фигуры;

свободно оперировать понятиями, соответствующими векторам и координатам в пространстве;

выполнять действия над векторами;

решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин, применяя известные методы при решении математических задач повышенного и высокого уровня сложности;

применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач;

извлекать, преобразовывать и интерпретировать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках;

применять полученные знания на практике: сравнивать и анализировать реальные ситуации, применять изученные понятия в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин;

иметь представления об основных этапах развития геометрии как составной части фундамента развития технологий;

свободно оперировать понятиями, связанными с цилиндрической, конической и сферической поверхностями, объяснять способы получения;

оперировать понятиями, связанными с телами вращения: цилиндром, конусом, сферой и шаром;

распознавать тела вращения (цилиндр, конус, сфера и шар) и объяснять способы получения тел вращения;

классифицировать взаимное расположение сферы и плоскости;

вычислять величины элементов многогранников и тел вращения, объёмы и площади поверхностей многогранников и тел вращения, геометрических тел с применением формул;

свободно оперировать понятиями, связанными с комбинациями тел вращения и многогранников: многогранник, вписанный в сферу и описанный около сферы, сфера, вписанная в многогранник или тело вращения;

вычислять соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел;

изображать изучаемые фигуры, выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу, строить сечения тел вращения;

извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках;

свободно оперировать понятием вектор в пространстве;

выполнять операции над векторами; задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат;

решать геометрические задачи на вычисление углов между прямыми и плоскостями, вычисление расстояний от точки до плоскости, в целом, на применение векторно-координатного метода при решении;

свободно оперировать понятиями, связанными с движением в пространстве, знать свойства движений;

выполнять изображения многогранником и тел вращения при параллельном переносе, центральной симметрии, зеркальной симметрии, при повороте вокруг прямой, преобразования подобия;

строить сечения многогранников и тел вращения: сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения шара;

использовать методы построения сечений: метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости;

доказывать геометрические утверждения;

применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной и неявной форме;

решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин;

применять программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач;

применять полученные знания на практике: сравнивать, анализировать и оценивать реальные ситуации, применять изученные понятия, теоремы, свойства в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин;

иметь представления об основных этапах развития геометрии как составной части фундамента развития технологий.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТИ И СТАТИСТИКА

Обучающийся научится:

свободно оперировать понятиями: граф, плоский граф, связный граф, путь в графе, цепь, цикл, дерево, степень вершины, дерево случайного эксперимента;

свободно оперировать понятиями: случайный эксперимент (опыт), случайное событие, элементарное случайное событие (элементарный исход) случайного опыта, находить вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями;

находить и формулировать события: пересечение, объединение данных событий, событие, противоположное данному, использовать диаграммы Эйлера, координатную прямую для решения задач, пользоваться формулой сложения вероятностей для вероятностей двух и трех случайных событий;

оперировать понятиями: условная вероятность, умножение вероятностей, независимые события, дерево случайного эксперимента, находить вероятности событий с помощью правила умножения, дерева случайного опыта, использовать формулу полной вероятности, формулу Байеса при решении задач, определять независимость событий по формуле и по организации случайного эксперимента; применять изученные комбинаторные

формулы для перечисления элементов множеств, элементарных событий случайного опыта, решения задач по теории вероятностей;

свободно оперировать понятиями: бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача, независимые испытания, серия испытаний, находить вероятности событий: в серии испытаний до первого успеха, в серии испытаний Бернулли, в опыте, связанном со случайным выбором из конечной совокупности;

свободно оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, диаграмма распределения, бинарная случайная величина, геометрическое, биномиальное распределение;

обучающийся научится оперировать понятиями: совместное распределение двух случайных величин, использовать таблицу совместного распределения двух случайных величин для выделения распределения каждой величины, определения независимости случайных величин;

свободно оперировать понятием математического ожидания случайной величины (распределения), применять свойства математического ожидания при решении задач, вычислять математическое ожидание биномиального и геометрического распределений;

свободно оперировать понятиями: дисперсия, стандартное отклонение случайной величины, применять свойства дисперсии случайной величины (распределения) при решении задач, вычислять дисперсию и стандартное отклонение геометрического и биномиального распределений;

вычислять выборочные характеристики по данной выборке и оценивать характеристики генеральной совокупности данных по выборочным характеристикам;

оценивать вероятности событий и проверять простейшие статистические гипотезы, пользуясь изученными распределениями.

4. Тематическое планирование

«АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА»

№	тема	Количество часов	Электронные образовательные ресурсы
1	**Множество действительных чисел. Многочлены. Рациональные уравнения и неравенства. Системы линейных уравнений**	**5**	Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru
	Множество, операции над множествами и их свойства. Диаграммы Эйлера – Венна. Применение теоретико множественного аппарата для решения задач. Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби. Применение дробей и процентов для решения прикладных задач. Действительные числа. Рациональные и иррациональные числа. Арифметические операции с действительными числами. Модуль действительного числа и его свойства. Приближённые вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений. Основные методы решения целых и дробно-рациональных уравнений и неравенств.		

	Многочлены от одной переменной. Деление многочлена на многочлен с остатком. Теорема Безу. Многочлены с целыми коэффициентами. Теорема Виета. Решение систем линейных уравнений. Матрица системы линейных уравнений. Определитель матрицы 2×2, его геометрический смысл и свойства; вычисление его значения; применение определителя для решения системы линейных уравнений. Решение прикладных задач с помощью системы линейных уравнений		
Основные виды деятельности обучающихся			
Использовать теоретико-множественный аппарат для описания хода решения математических задач, а также реальных процессов и явлений. Оперировать понятиями: рациональное число, бесконечная периодическая дробь, проценты; иррациональное и действительное число; модуль действительного числа; использовать эти понятия при проведении рассуждений и доказательств, применять дроби и проценты для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни. Использовать приближённые вычисления, правила округления, прикидку и оценку результата вычислений. Применять различные методы решения рациональных и дробно-рациональных уравнений; а также метод интервалов для решения неравенств. Оперировать понятиями многочлен от одной переменной, его корни; применять деление многочлена на многочлен с остатком, теорему Безу и теорему Виета для решения задач. Оперировать понятиями: система линейных уравнений, матрица,			

определитель матрицы. Использовать свойства определителя 2 × 2 для вычисления его значения, применять определители для решения системы линейных уравнений. Моделировать реальные ситуации с помощью системы линейных уравнений, исследовать построенные модели с помощью матриц и определителей, интерпретировать полученный результат			
2	**Функции и графики. Степенная функция с целым показателем**	**3**	Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru
	Функция, способы задания функции. Взаимно обратные функции. Композиция функций. График функции. Элементарные преобразования графиков функций. Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Чётные и нечётные функции. Периодические функции. Промежутки монотонности функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке. Линейная, квадратичная и дробно-линейная функции. Элементарное исследование и построение графиков этих функций. Степень с целым показателем. Бином Ньютона. Степенная функция с натуральным и целым показателем. Её свойства и график		

Основные виды деятельности обучающихся			
Оперировать понятиями: функция, способы задания функции; взаимно обратные функции, композиция функций, график функции, область определения и множество значений функции, нули функции, промежутки знакопостоянства; линейная, квадратичная, дробно-линейная и степенная функции. Выполнять элементарные преобразования графиков функций. Знать и уметь доказывать чётность или нечётность функции, периодичность функции, находить промежутки монотонности функции, максимумы и минимумы функции, наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке. Формулировать и иллюстрировать графически свойства линейной, квадратичной, дробно-линейной и степенной функций. Выражать формулами зависимости между величинами. Знать определение и свойства степени с целым показателем; подходящую форму записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных			
3	**Арифметический корень n–ой степени. Иррациональные уравнения и неравенства**	**3**	Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru
	Арифметический корень натуральной степени и его свойства. Преобразования числовых выражений, содержащих степени и корни. Иррациональные уравнения. Основные методы решения иррациональных уравнений. Равносильные переходы в решении иррациональных уравнений. Свойства и график корня n-ой степени как функции обратной степени с		

	натуральным показателем		
Основные виды деятельности обучающихся			
Формулировать, записывать в символической форме и использовать свойства корня n-ой степени для преобразования выражений. Находить решения иррациональных уравнений с помощью равносильных переходов или осуществляя проверку корней. Строить график функции корня n-ой степени как обратной для функции степени с натуральным показателем			
4	**Показательная функция. Показательные уравнения**	**3**	Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru
	Степень с рациональным показателем и её свойства. Показательная функция, её свойства и график. Использование графика функции для решения уравнений. Показательные уравнения. Основные методы решения показательных уравнений		
Основные виды деятельности обучающихся			
Формулировать определение степени с рациональным показателем. Выполнять преобразования числовых выражений, содержащих степени с рациональным показателем. Использовать цифровые ресурсы для построения графика показательной функции и изучения её свойств. Находить решения показательных уравнений			
5	**Логарифмическая функция. Логарифмические уравнения**	**3**	Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru

	Логарифм числа. Свойства логарифма. Десятичные и натуральные логарифмы. Преобразование выражений, содержащих логарифмы. Логарифмическая функция, её свойства и график. Использование графика функции для решения уравнений. Логарифмические уравнения. Основные методы решения логарифмических уравнений. Равносильные переходы в решении логарифмических уравнений		
Основные виды деятельности обучающихся			
Давать определение логарифма числа; десятичного и натурального логарифма. Использовать свойства логарифмов для преобразования логарифмических выражений. Строить график логарифмической функции как обратной к показательной и использовать свойства логарифмической функции для решения задач. Находить решения логарифмических уравнений с помощью равносильных переходов или осуществляя проверку корней			
6	**Тригонометрические выражения и уравнения**	**4**	Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru
	Синус, косинус, тангенс и котангенс числового аргумента. Арксинус, арккосинус и арктангенс числового аргумента. Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций		

	числового аргумента. Основные тригонометрические формулы. Преобразование тригонометрических выражений. Решение тригонометрических уравнений		
Основные виды деятельности обучающихся			
Давать определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса числового аргумента; а также арксинуса, арккосинуса и арктангенса числа. Применять основные тригонометрические формулы для преобразования тригонометрических выражений. Применять формулы тригонометрии для решения основных типов тригонометрических уравнений			
7	**Последовательности и прогрессии**	**3**	Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru
	Последовательности, способы задания последовательностей. Метод математической индукции. Монотонные и ограниченные последовательности. История анализа бесконечно малых. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Линейный и экспоненциальный рост. Число e. Формула сложных процентов. Использование прогрессии для решения реальных задач прикладного		

	характера		
Основные виды деятельности обучающихся			
Оперировать понятиями: последовательность, способы задания последовательностей; монотонные и ограниченные последовательности; исследовать последовательности на монотонность и ограниченность. Получать представление об основных идеях анализа бесконечно малых. Давать определение арифметической и геометрической прогрессии. Доказывать свойства арифметической и геометрической прогрессии, находить сумму членов прогрессии, а также сумму членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Использовать прогрессии для решения задач прикладного характер. Применять формулу сложных процентов для решения задач из реальной практики			
8	**Непрерывные функции. Производная**	**4**	Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru
	Непрерывные функции и их свойства. Точка разрыва. Асимптоты графиков функций. Свойства функций непрерывных на отрезке. Метод интервалов для решения неравенств. Применение свойств непрерывных функций для решения задач. Первая и вторая производные функции. Определение, геометрический и физический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Производные элементарных функций. Производная суммы, произведения, частного и композиции		

	функций		
Основные виды деятельности обучающихся			
Оперировать понятиями: функция непрерывная на отрезке, точка разрыва функции, асимптота графика функции. Применять свойства непрерывных функций для решения задач. Оперировать понятиями: первая и вторая производные функции; понимать физический и геометрический смысл производной; записывать уравнение касательной. Вычислять производные суммы, произведения, частного и сложной функции. Изучать производные элементарных функций. Использовать геометрический и физический смысл производной для решения задач Применять основные понятия курса алгебры и начал математического анализа для решения задач из реальной жизни и других школьных предметов			
9	**Исследование функций с помощью производной**	**5**	Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru
	Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы. Нахождение наибольшего и наименьшего значения непрерывной функции на отрезке. Применение производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах, для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком. Композиция функций. Геометрические образы уравнений и неравенств на		

	координатной плоскости		
Основные виды деятельности обучающихся			
Строить график композиции функций с помощью элементарного исследования и свойств композиции. Строить геометрические образы уравнений и неравенств на координатной плоскости. Использовать производную для исследования функции на монотонность и экстремумы; находить наибольшее и наименьшее значения функции непрерывной на отрезке; строить графики функций на основании проведённого исследования. Использовать производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах, для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком. Получать представление о применении производной в различных отраслях знаний			
10	**Первообразная и интеграл**	**3**	Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru
	Первообразная, основное свойство первообразных. Первообразные элементарных функций. Правила нахождения первообразных. Интеграл. Геометрический смысл интеграла. Вычисление определённого интеграла по формуле Ньютона– Лейбница. Применение интеграла для нахождения площадей плоских фигур и объёмов геометрических тел. Примеры решений дифференциальных уравнений.		

	Математическое моделирование реальных процессов с помощью дифференциальных уравнений		
Основные виды деятельности обучающихся			
Оперировать понятиями: первообразная и определённый интеграл. Находить первообразные элементарных функций и вычислять интеграл по формуле Ньютона– Лейбница. Находить площади плоских фигур и объёмы тел с помощью определённого интеграла. Знакомиться с математическим моделированием на примере дифференциальных уравнений. Получать представление о значении введения понятия интеграла в развитии математики			
11	**Графики тригонометрических функций. Тригонометрические неравенства**	**4**	Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru
	Тригонометрические функции, их свойства и графики. Отбор корней тригонометрических уравнений с помощью тригонометрической окружности. Решение тригонометрических неравенств		
Основные виды деятельности обучающихся			
Использовать цифровые ресурсы для построения графиков тригонометрических функции и изучения их свойств. Решать тригонометрические уравнения и осуществлять отбор корней с помощью тригонометрической окружности. Применять формулы тригонометрии для решения основных типов тригонометрических неравенств. Использовать цифровые ресурсы для построения и исследования графиков			

функций			
12	**Иррациональные, показательные и логарифмические неравенства**	**6**	Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru
	Основные методы решения показательных и логарифмических неравенств. Основные методы решения иррациональных неравенств. Графические методы решения иррациональных, показательных и логарифмических уравнений и неравенств		
Основные виды деятельности обучающихся			
Применять свойства показательной и логарифмической функций к решению показательных и логарифмических неравенств. Обосновать равносильность переходов. Решать иррациональные и комбинированные неравенства, с помощью равносильных переходов. Использовать графические методы и свойства входящих в уравнение или неравенство функций для решения задачи			
13	**Комплексные числа**	**3**	Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru
	Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа. Арифметические операции с комплексными числами. Изображение комплексных чисел на координатной плоскости. Формула Муавра. Корни n-ой степени из		

	комплексного числа. Применение комплексных чисел для решения физических и геометрических задач		
Основные виды деятельности обучающихся			
Оперировать понятиями: комплексное число и множество комплексных чисел. Представлять комплексные числа в алгебраической и тригонометрической форме. Выполнять арифметические операции с ними. Изображать комплексные числа на координатной плоскости. Применять формулу Муавра и получать представление о корнях n-ой степени из комплексного числа. Знакомиться с примерами применения комплексных чисел для решения геометрических и физических задач			
14	**Натуральные и целые числа**	**3**	Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru
	Натуральные и целые числа. Применение признаков делимости целых чисел, НОД и НОК, остатков по модулю, алгоритма Евклида для решения задач в целых числах		
Основные виды деятельности обучающихся			
Оперировать понятиями: натуральное и целое число, множество натуральных и целых чисел. Использовать признаки делимости целых чисел; остатки по модулю; НОД и НОК натуральных чисел; алгоритм Евклида для решения задач. Записывать натуральные числа в различных позиционных системах счисления			

15	**Системы рациональных, иррациональных показательных и логарифмических уравнений**	**3**	Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru
	Система и совокупность уравнений. Равносильные системы и системы следствия. Основные методы решения систем и совокупностей рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений. Применение уравнений, систем и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни, интерпретация полученных результатов		
Основные виды деятельности обучающихся			
Оперировать понятиями: система и совокупность уравнений и неравенств; решение системы или совокупности; равносильные системы и системы-следствия. Находить решения систем и совокупностей целых рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений и неравенств. Применять системы уравнений к решению текстовых задач из различных областей знаний и реальной жизни; интерпретировать полученные решения. Использовать цифровые ресурсы			
16	**Задачи с параметрами**	**4**	Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru
	Рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические и		

	тригонометрические уравнения, неравенства и системы с параметрами. Построение и исследование математических моделей реальных ситуаций с помощью уравнений, систем уравнений и неравенств с параметрами		
Основные виды деятельности обучающихся			
Выбирать способ решения рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений и неравенств, содержащих модули и параметры. Применять графические и аналитические методы для решения уравнений и неравенств с параметрами, а также исследование функций методами математического анализа. Строить и исследовать математические модели реальных ситуаций с помощью уравнений, неравенств и систем с параметрами			

ГЕОМЕТРИЯ

№	тема	Количество часов	Электронные образовательные ресурсы
1	**Введение в стереометрию**	**5**	Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru
	Основные пространственные фигуры. Понятия стереометрии: точка, прямая, плоскость, пространство. Основные правила изображения на рисунке плоскости, параллельных прямых (отрезков),		

	середины отрезка. Понятия: пересекающиеся плоскости, пересекающиеся прямая и плоскость; полупространство. Многогранники, изображение простейших пространственных фигур, несуществующих объектов. Аксиомы стереометрии и первые следствия из них. Способы задания прямых и плоскостей в пространстве. Обозначения прямых и плоскостей. Сечения. Изображение сечений пирамиды, куба и призмы, которые проходят через их рёбра. Изображение пересечения полученных плоскостей. Раскрашивание построенных сечений разными цветами. Метод следов для построения сечений. Свойства пересечений прямых и плоскостей. Построение сечений в пирамиде, кубе по трём точкам на рёбрах. Создание выносных чертежей и запись шагов построения. Повторение планиметрии. Теорема о пропорциональных отрезках. Подобие треугольников. Теорема Менелая. Расчёты в сечениях на выносных чертежах. История развития планиметрии и		

	стереометрии		
Основные виды деятельности обучающихся			
Определять плоскость как фигуру, в которой выполняется планиметрия. Делать простейшие логические выводы из аксиоматики плоскости. Приводить примеры реальных объектов, идеализацией которых являются аксиомы геометрии. Изучать, применять принципы построения сечений. Использовать для построения сечений метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости. Решать стереометрические задачи: на определение вида сечения и нахождение его площади. Актуализировать факты и методы планиметрии, релевантные теме, проводить аналогии. Использовать при решении задач следующие планиметрические факты и методы: Теоремы Фалеса и о пропорциональных отрезках. Алгоритм деления отрезка на n равных частей. Теорема Менелая. Равнобедренный треугольник. Равносторонний треугольник. Прямоугольный треугольник. Свойство средней линии треугольника. Свойство биссектрисы угла треугольника. Свойство медиан треугольника. Признаки подобия треугольников. Получать представления об основных этапах развития геометрии как составной части фундамента развития технологий			
2	**Взаимное расположение прямых в пространстве**	**3**	Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru
	Взаимное расположение прямых в		

	пространстве. Скрещивающиеся прямые. Признаки скрещивающихся прямых. Параллельные прямые в пространстве. Теорема о существовании и единственности прямой параллельной данной прямой, проходящей через точку пространства и не лежащей на данной прямой. Лемма о пересечении параллельных прямых плоскостью. Параллельность трёх прямых. Теорема о трёх параллельных прямых. Теорема о скрещивающихся прямых. Параллельное проектирование. Основные свойства параллельного проектирования. Изображение разных фигур в параллельной проекции. Центральная проекция. Угол с сонаправленными сторонами. Угол между прямыми. Задачи на доказательство и исследование, связанные с расположением прямых в пространстве		
Основные виды деятельности обучающихся			
Классифицировать взаимное расположение прямых в пространстве, иллюстрируя рисунками и приводя примеры из реальной жизни. Доказывать теорему о существовании и единственности параллельной прямой, проходящей через точку пространства и не лежащей на другой прямой; лемму о пересечении плоскости двумя параллельными прямыми;			

теорему о трёх параллельных прямых. Доказывать признак скрещивающихся прямых, теорему о скрещивающихся прямых. Доказывать теорему о равенстве углов с сонаправленными сторонами. Объяснять, что называется параллельным и центральным проектированием и как выполняется проектирование фигур на плоскость. Доказывать свойства параллельного проектирования. Изображать в параллельной проекции разные геометрические фигуры. Решать стереометрические задачи на доказательство и исследование, связанные с расположением прямых в пространстве. Проводить доказательные рассуждения при решении геометрических задач, связанных со взаимным расположением прямых в пространстве. Сравнивать, анализировать и оценивать утверждения с целью выявления логически корректных и некорректных рассуждений. Моделировать реальные ситуации, связанные со взаимным расположением прямых в пространстве, на языке геометрии. Исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, цифровых ресурсов. Получать представление о центральном проектировании и об истории работ по теории перспективы			
3	**Параллельность прямых и плоскостей в пространстве**	**3**	Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru
	Понятия: параллельность прямой и плоскости в пространстве. Признак параллельности прямой и плоскости. Свойства параллельности прямой и плоскости. Геометрические задачи на вычисление и доказательство,		

	связанные с параллельностью прямых и плоскостей в пространстве. Построение сечения, проходящего через данную прямую на чертеже и параллельного другой прямой. Расчёт отношений. Параллельная проекция, применение для построения сечений куба и параллелепипеда. Свойства параллелепипеда и призмы. Параллельные плоскости. Признаки параллельности двух плоскостей. Теорема о параллельности и единственности плоскости, проходящей через точку, не принадлежащую данной плоскости и следствия из неё. Свойства параллельных плоскостей: о параллельности прямых пересечения при пересечении двух параллельных плоскостей третьей; об отрезках параллельных прямых, заключённых между параллельными плоскостями; о пересечении прямой с двумя параллельными плоскостями		
Основные виды деятельности обучающихся			
Классифицировать взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве, приводя соответствующие примеры из реальной жизни. Формулировать определение параллельных прямой и плоскости. Доказывать признак о параллельности прямой и плоскости; свойства			

параллельности прямой и плоскости. Решать стереометрические задачи вычисления и доказательство, связанные с параллельностью прямых и плоскостей в пространстве. Решать практические задачи на построение сечений на чертежах тетраэдра и параллелепипеда. Решать стереометрические задачи, связанные с построением сечений плоскостью. Проводить логически корректные доказательные рассуждения при решении геометрических задач связанных с параллельностью плоскостей. Сравнивать и анализировать реальные ситуации, связанные с параллельностью прямой и плоскости в пространстве; моделировать реальные ситуации, связанные с параллельностью прямой и плоскости в пространстве, на языке геометрии			
4	**Перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве**	**5**	Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru
	Повторение: теорема Пифагора на плоскости, тригонометрия прямоугольного треугольника. Свойства куба и прямоугольного параллелепипеда. Вычисление длин отрезков в кубе и прямоугольном параллелепипеде. Перпендикулярность прямой и плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Теорема о существовании и единственности прямой, проходящей через точку пространства и перпендикулярной к		

	плоскости. Плоскости и перпендикулярные им прямая в многогранниках. Перпендикуляр и наклонная. Построение перпендикуляра из точки на прямую. Теорема о трёх перпендикулярах (прямая и обратная). Угол между скрещивающимися прямыми. Поиск перпендикулярных прямых с помощью перпендикулярных плоскостей Ортогональное проектирование. Построение сечений куба, призмы, правильной пирамиды с помощью ортогональной проекции. Симметрия в пространстве относительно плоскости. Плоскости симметрий в многогранниках. Признак перпендикулярности прямой и плоскости как следствие симметрии. Правильные многогранники Расчёт расстояний от точки до плоскости. Способы опустить перпендикуляры: симметрия, сдвиг точки по параллельной прямой. Сдвиг по непараллельной прямой, изменение расстояний		
Основные виды деятельности обучающихся			
Актуализировать факты и методы планиметрии, релевантные теме, проводить аналогии.			

Формулировать определения: перпендикулярных прямых в пространстве; определение прямой, перпендикулярной к плоскости.

Доказывать: лемму о перпендикулярности двух параллельных прямых к третьей прямой; теоремы о связи между параллельностью прямых и их перпендикулярностью к плоскости.

Доказывать: теорему, выражающую признак перпендикулярности прямой и плоскости; теорему о существовании и единственности прямой, проходящей через данную точку и перпендикулярной к данной плоскости.

Изображать взаимно перпендикулярные прямую и плоскость.

Формулировать свойство перпендикуляра по отношению к плоскости.

Получать представление о значении перпендикуляра для других областей науки (физика, энергетика, лазерные технологии), в реальной жизни (техника, окружающая обстановка).

Доказывать утверждения, связанные с проекцией прямой на плоскость, неперпендикулярную к этой прямой.

Доказывать теорему о трёх перпендикулярах и теорему обратную теореме о трёх перпендикулярах.

Получать представление об ортогональном проектировании.

Доказывать теорему о проекции точки на прямую.

Решать стереометрические задачи, связанные с перпендикулярностью прямой и плоскости.

Решать прикладные задачи, связанные с нахождением геометрических величин.

Решать стереометрические задачи, связанные с применением теоремы о трёх перпендикулярах, нахождением расстояний, построением проекций.

Сравнивать и анализировать утверждения с целью выявления логически корректных и некорректных рассуждений.

Анализировать и моделировать на языке геометрии реальные ситуации, связанные с перпендикулярностью прямой и плоскости; исследовать построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры

5	**Углы и расстояния**	**4**	Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru
	Повторение: угол между прямыми на плоскости, тригонометрия в произвольном треугольнике, теорема косинусов. Повторение: угол между скрещивающимися прямыми в пространстве. Геометрические методы вычисления угла между прямыми в многогранниках. Двугранный угол. Свойство линейных углов двугранного угла. Перпендикулярные плоскости. Свойства взаимно перпендикулярных плоскостей. Признак перпендикулярности плоскостей; теорема о прямой пересечения двух плоскостей перпендикулярных третьей плоскости. Прямоугольный параллелепипед; куб; измерения, свойства прямоугольного параллелепипеда. Теорема о диагонали прямоугольного параллелепипеда и следствие из неё. Стереометрические и прикладные задачи, связанные со взаимным расположением прямых и плоскости. Повторение: скрещивающиеся		

	прямые, параллельные плоскости в стандартных многогранниках. Пара параллельных плоскостей на скрещивающихся прямых, расстояние между скрещивающимися прямыми в простых ситуациях. Опускание перпендикуляров, вычисление расстояний от точки до точки; прямой; плоскости. Вычисление расстояний между скрещивающимися прямыми с помощью перпендикулярной плоскости. Трёхгранный угол, неравенства для трёхгранных углов. Теорема Пифагора, теоремы косинусов и синусов для трёхгранного угла. Элементы сферической геометрии: геодезические линии на Земле		
Основные виды деятельности обучающихся			
Актуализировать факты и методы планиметрии, релевантные теме, проводить аналогии. Формулировать определение двугранного угла. Доказывать свойство равенства всех линейных углов двугранного угла. Классифицировать двугранные углы в зависимости от их градусной меры. Формулировать определение взаимно перпендикулярных плоскостей. Доказывать теорему о признаке перпендикулярности двух плоскостей. Формулировать следствие (из признака) о перпендикулярности плоскости, которая перпендикулярна прямой, по которой пересекаются две плоскости,			

эти плоскостям. Доказывать утверждения о его свойствах; теорему и следствие из неё о диагоналях прямоугольного параллелепипеда. Решать стереометрические задачи, связанные с перпендикулярность прямых и плоскостей, используя планиметрические факты и методы. Проводить логически корректные доказательные рассуждения при решении геометрических задач, связанных с перпендикулярностью плоскостей. Анализировать и моделировать на языке геометрии реальные ситуации, связанные с перпендикулярностью прямых и плоскостей. Исследовать построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры. Решать прикладные задачи, связанные с нахождением геометрических величин			
6	**Многогранники**	**4**	Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru
	Систематизация знаний: Многогранник и его элементы. Пирамида. Виды пирамид. Правильная пирамида. Призма. Прямая и наклонная призмы. Правильная призма. Прямой параллелепипед, прямоугольный параллелепипед, куб. Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера. Правильные и полуправильные многогранники		
Основные виды деятельности обучающихся			
Работать с учебником: задавать вопросы, делать замечания, комментарии. Анализировать решение задачи.			

Рисовать выпуклые многогранники с заданными свойствами; восстанавливать общий вид выпуклого многогранника по двум его проекциям. Доказывать свойства выпуклого многогранника. Рисовать выпуклые многогранники с разной эйлеровой характеристикой; исследовать возможности получения результата при варьировании данных. Доказывать свойства правильных многогранников. Планировать построение правильных многогранников на поверхностях других правильных многогранников			
7	**Объём многогранника**	**4**	Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru
	Объём тела. Объём прямоугольного параллелепипеда. Задачи об удвоении куба, о квадратуре куба; о трисекции угла. Стереометрические задачи, связанные с объёмом прямоугольного параллелепипеда. Прикладные задачи, связанные с вычислением объёма прямоугольного параллелепипеда. Объём прямой призмы. Стереометрические задачи, связанные с вычислением объёмов прямой призмы. Прикладные задачи, связанные с объёмом прямой призмы. Вычисление объёмов тел с помощью определённого интеграла. Объём наклонной призмы, пирамиды. Формула объёма		

	пирамиды. Отношение объемов пирамид с общим углом. Стереометрические задачи, связанные с объёмами наклонной призмы, пирамиды. Прикладные задачи по теме «Объёмы тел», связанные с объёмом наклонной призмы, пирамиды. Применение объёмов. Вычисление расстояния до плоскости		

Основные виды деятельности обучающихся

Свободно оперировать понятиями: объём тела, объём прямоугольного параллелепипеда.

Формулировать основные свойства объёмов.

Доказывать теорему об объёме прямоугольного параллелепипеда, следствия из неё.

Разрезать многогранники, перекладывать части.

Решать стереометрические задачи, связанные с вычислением объёма прямоугольного параллелепипеда, призмы.

Сравнивать и анализировать утверждения с целью выявления логически корректных и некорректных рассуждений.

Анализировать и моделировать на языке геометрии реальные ситуации, связанные с объёмом прямоугольного параллелепипеда, призмы, пирамиды.

Исследовать построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры.

Выводить основную интегральную формулу для вычисления объёмов тел.

Доказывать теорему об объёме наклонной призмы на примере треугольной призмы и для произвольной призмы.

Доказывать теорему: об объёме пирамиды, формулировать следствия из нее: объём усечённой пирамиды.

Выводить формулу для вычисления объёмов усечённой пирамиды			
8	**Векторы в пространстве**	**4**	Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru
	Понятие вектора на плоскости и в пространстве. Сумма и разность векторов, правило параллелепипеда, умножение вектора на число, разложение вектора по базису трёх векторов, не лежащих в одной плоскости. Скалярное произведение, вычисление угла между векторами в пространстве. Простейшие задачи с векторами		
Основные виды деятельности обучающихся			
Актуализировать факты и методы планиметрии, релевантные теме, проводить аналогии. Оперировать понятиями: вектор на плоскости и в пространстве; компланарные векторы. Приводить примеры физических векторных величин. Осваивать правила выполнения действий сложения и вычитания векторов, умножения вектора на число. Доказывать признак компланарности трёх векторов. Доказывать теорему о разложении любого вектора по трём данным некомпланарным векторам			
9	**Тела вращения**	**5**	Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru
	Цилиндрическая поверхность, образующие цилиндрической		

	поверхности. Цилиндр. Прямой круговой цилиндр. Площадь поверхности цилиндра. Коническая поверхность, образующие конической поверхности. Конус. Сечение конуса плоскостью, параллельной плоскости основания. Усечённый конус. Изображение конусов и усечённых конусов. Площадь боковой поверхности и полной поверхности конуса. Стереометрические задачи на доказательство и вычисление, построением сечений цилиндра, конуса. Прикладные задачи, связанные с цилиндром. Сфера и шар. Пересечение сферы и шара с плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Вид и изображение шара. Уравнение сферы. Площадь сферы и её частей. Симметрия сферы и шара. Стереометрические задачи на доказательство и вычисление, связанные со сферой и шаром, построением их сечений плоскостью. Прикладные задачи, связанные со сферой и шаром. Повторение: окружность на плоскости, вычисления в окружности, стандартные подобия. Различные		

	комбинации тел вращения и многогранников. Задачи по теме «Тела и поверхности вращения»		
Основные виды деятельности обучающихся			
Свободно оперировать понятиями: цилиндрическая поверхность, цилиндр. Изучать способы получения цилиндрической поверхности, цилиндра. Изображать цилиндр и его сечения плоскостью. Свободно оперировать понятиями: коническая поверхность, конус, усечённый конус. Изучать способы получения конической поверхности, конуса. Изображать конус и его сечения плоскостью, проходящей через ось, и плоскостью, перпендикулярной к оси. Выводить формулы для вычисления боковой и полной поверхностей тел вращения. Решать стереометрические задачи, связанные с телами вращения, нахождением площади боковой и полной поверхности, построением сечений. Использовать при решении задач планиметрические факты и методы. Сравнивать и анализировать утверждения с целью выявления логически корректных и некорректных рассуждений. Анализировать и моделировать на языке геометрии реальные ситуации, связанные с конусом и цилиндром. Исследовать построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры/ Актуализировать факты и методы планиметрии, релевантные теме, проводить аналогии. Свободно оперировать понятиями: сфера и шар, центр, радиус, диаметр сферы и шара. Исследовать взаимное расположение сферы и плоскости. Формулировать определение касательной плоскости к сфере. Доказывать теоремы о свойстве и признаке касательной плоскости.			

Выводить формулу для вычисления площади сферы через радиус сферы. Решать стереометрические задачи, связанные со сферой и шаром, нахождением площади сферы и её частей, построением сечений сферы и шара. Анализировать и моделировать на языке геометрии реальные ситуации, связанные с шаром и сферой. Решать простые задачи, в которых фигурируют комбинации тел вращения и многогранников. Использовать при решении задач, связанных со сферой и шаром, планиметрические факты и методы. Решать стереометрические задачи, связанные с телами вращения, построением сечений тел вращения, с комбинациями тел вращения и многогранников. Проводить логически корректные доказательные рассуждения при решении геометрических задач, связанных с перпендикулярностью плоскостей. Анализировать и моделировать на языке геометрии реальные ситуации, связанные с многогранниками. Исследовать построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры			
10	**Площади поверхности и объёмы круглых тел**	**4**	Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru
	Объём цилиндра. Теорема об объёме прямого цилиндра. Площади боковой и полной поверхности цилиндра. Вычисление объёмов тел с помощью определённого интеграла. Объём конуса. Площади боковой и полной поверхности конуса. Стереометрические задачи,		

	связанные с вычислением объёмов цилиндра, конуса. Прикладные задачи по теме «Объёмы и площади поверхностей тел. Объём шара и шарового сектора. Теорема об объёме шара. Площадь сферы. Стереометрические задачи, связанные с вычислением объёмов шара, шарового сегмента, шарового сектора. Прикладные задачи по теме «Объёмы тел», связанные с объёмом шара и площадью сферы. Соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел. Подобные тела в пространстве. Изменение объёма при подобии. Стереометрические задачи, связанные с вычислением объёмов тел и площадей поверхностей		
Основные виды деятельности обучающихся			
Свободно оперировать понятиями: объём тела, площадь поверхности. Формулировать основные свойства объёмов. Доказывать теоремы: об объёме цилиндра; об объёме конуса. Выводить формулы для вычисления объёма усечённого конуса. Исследовать построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры. Знать возможности решения задач на построение циркулем и линейкой, о классических неразрешимых задачах. Свободно оперировать понятиями: шаровой сегмент, шаровой слой, шаровой сектор, основание и высота сегмента, основание и высота шарового слоя.			

Выводить формулы для нахождения объёмов шарового сегмента, шарового сектора, площади сферы. Доказывать теорему об объёме шара. Решать стереометрические задачи, связанные с объёмом шара, шарового сегмента, шарового сектора, площадью сферы. Сравнивать и анализировать утверждения с целью выявления логически корректных и некорректных рассуждений. Анализировать и моделировать на языке геометрии реальные ситуации, связанные с объёмом шара, шарового сегмента, шарового сегмента, площадью сферы. Свободно оперировать понятием: подобные тела в пространстве. Вычислять объёмы тел с помощью определённого интеграла. Решать стереометрические задачи, связанные с соотношениями между площадями поверхностей и объёмами подобных тел. Проводить логически корректные доказательные рассуждения при решении геометрических задач, связанных с вычислением объёмов тел с помощью определённого интеграла, нахождением соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел. Анализировать и моделировать на языке геометрии реальные ситуации, связанные с объёмами и поверхностями тел, на доказательство и на нахождение геометрических величин			
11	**Движения**	**4**	Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru
	Движения пространства. Отображения. Движения и равенство фигур. Общие свойства движений. Виды движений: параллельный перенос, центральная симметрия, зеркальная симметрия, поворот		

	вокруг прямой. Преобразования подобия. Прямая и сфера Эйлера. Геометрические задачи на применение движения		
Основные виды деятельности обучающихся			
Применять правила выполнения действий сложения и вычитания векторов, умножения вектора на число при решении задач. Находить координаты вектора в данном базисе и строить вектор по его координатам. Вспомнить определение скалярного умножения и его свойства. Вычислять с помощью скалярного умножения длины векторов, углы между ними, устанавливать перпендикулярность векторов. Анализировать и моделировать на языке геометрии реальные ситуации, связанные с физическими векторными величинами/ Использовать при решении задач, связанных с векторами в пространстве, планиметрические факты и методы. Свободно оперировать понятиями: отображение пространства на себя, движение пространства; центральная, осевая и зеркальная симметрии, параллельный перенос; равенство и подобие фигур. Доказывать утверждения о том, что центральная, осевая и зеркальная симметрии, параллельный перенос являются движениями. Выполнять преобразования подобия. Оперировать понятиями: прямая и сфера Эйлера. Решать геометрические задачи с использованием движений. Использовать при решении задач движения пространства и их свойства			

ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА

№	тема	Количество часов	Электронные образовательные ресурсы

1	**Элементы теории графов**	**2**	Вероятность и статистика 10-11 класс Интерактивные задания ООО «Скаенг» Вероятность и статистика 10-11 класс ООО «СБЕРОБРАЗОВАНИЕ» Цифровой курс Вероятность и статистика. 10-11 класс ФГАОУ ДПО «Академия Минпросвещения России» Библиотека МЭШ https://uchebnik.mos.ru/catalogue Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru Московская олимпиада школьников https://mos.olimpiada.ru
	Граф, связный граф, представление задачи с помощью графа. Степень		

	(валентность) вершины. Путь в графе. Цепи и циклы. Графы на плоскости. Дерево случайного эксперимента		
Основные виды деятельности обучающихся			
Представлять объекты и связи между ними с помощью графа, находить пути между вершинами графа. Выделять в графе цепи и циклы. Строить дерево по описанию случайного опыта, описывать случайные события в терминах дерева. Решать задачи с помощью графов			
2	**Случайные опыты, случайные события и вероятности событий**	**2**	ЭОР «Единый государственный экзамен.11 класс. Математика» ООО «ЯКласс» ЭОР «Я сдам ЕГЭ. Математика» АО Издательство «Просвещение» Тренажер «Облако знаний» Математика 10,11 класс ООО «Физикон Лаб» Вероятность и статистика 10-11 класс Интерактивные задания

			ООО «Скаенг» Вероятность и статистика 10-11 класс ООО «СБЕРОБРАЗОВАНИЕ» Математика 10-11 классы ГАОУ ВО МГПУ Цифровой курс Вероятность и статистика. 10-11 класс ФГАОУ ДПО «Академия Минпросвещения России» Библиотека МЭШ https://uchebnik.mos.ru/catalogue Российская электронная школа. https://resh.edu.ru/subject/3/5/ Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru

			Московская олимпиада школьников https://mos.olimpiada.ru
	Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события. Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями		
Основные виды деятельности обучающихся			
Выделять и описывать случайные события в случайном опыте. Формулировать условия проведения случайного опыта. Находить вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными исходами			
3	**Операции над множествами и событиями. Сложение и умножение вероятностей. Условная вероятность. Независимые события**	**3**	ЭОР «Единый государственный экзамен.11 класс. Математика» ООО «ЯКласс» ЭОР «Я сдам ЕГЭ. Математика» АО Издательство «Просвещение» Тренажер «Облако знаний» Математика 10,11 класс ООО «Физикон Лаб»

			Вероятность и статистика 10-11 класс Интерактивные задания ООО «Скаенг» Вероятность и статистика 10-11 класс ООО «СБЕРОБРАЗОВАНИЕ» Математика 10-11 классы ГАОУ ВО МГПУ Цифровой курс Вероятность и статистика. 10-11 класс ФГАОУ ДПО «Академия Минпросвещения России» Библиотека МЭШ https://uchebnik.mos.ru/catalogue Российская электронная школа. https://resh.edu.ru/subject/3/5/

			Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru Московская олимпиада школьников https://mos.olimpiada.ru
	Пересечение, объединение множеств и событий, противоположные события. Формула сложения вероятностей Условная вероятность. Умножение вероятностей. Формула условной вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимые события		
Основные виды деятельности обучающихся			
Использовать диаграммы Эйлера и вербальное описание событий при выполнении операций над событиями. Оценивать изменение вероятностей событий по мере наступления других событий в случайном опыте. Решать задачи, в том числе с использованием дерева случайного опыта, формул сложения и умножения вероятностей			
4	**Элементы комбинаторики**	**3**	ЭОР «Единый государственный экзамен.11 класс. Математика» ООО «ЯКласс» ЭОР «Я сдам ЕГЭ.

			Математика» АО Издательство «Просвещение» Тренажер «Облако знаний» Математика 10,11 класс ООО «Физикон Лаб» Вероятность и статистика 10-11 класс Интерактивные задания ООО «Скаенг» Вероятность и статистика 10-11 класс ООО «СБЕРОБРАЗОВАНИЕ» Математика 10-11 классы ГАОУ ВО МГПУ Цифровой курс Вероятность и статистика. 10-11 класс ФГАОУ ДПО «Академия Минпросвещения России» Библиотека МЭШ

			https://uchebnik.mos.ru/catalogue Российская электронная школа. https://resh.edu.ru/subject/3/5/ Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru Московская олимпиада школьников https://mos.olimpiada.ru
	Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал. Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона		
Основные виды деятельности обучающихся			
Формулировать и доказывать комбинаторные факты. Использовать правило умножения, изученные комбинаторные формулы для перечисления элементов различных множеств, в том числе элементарных событий в случайном опыте. Пользоваться формулой и треугольником Паскаля для определения числа сочетаний. Применять формулу бинома Ньютона для преобразования выражений			
5	**Серии последовательных испытаний. Испытания Бернулли. Случайный выбор из конечной**	**4**	ЭОР «Единый государственный экзамен.11 класс.

	совокупности		Математика» ООО «ЯКласс» ЭОР «Я сдам ЕГЭ. Математика» АО Издательство «Просвещение» Тренажер «Облако знаний» Математика 10,11 класс ООО «Физикон Лаб» Вероятность и статистика 10-11 класс Интерактивные задания ООО «Скаенг» Вероятность и статистика 10-11 класс ООО «СБЕРОБРАЗОВАНИЕ» Математика 10-11 классы ГАОУ ВО МГПУ Цифровой курс Вероятность и статистика. 10-11 класс ФГАОУ ДПО «Академия

			Минпросвещения России» Библиотека МЭШ https://uchebnik.mos.ru/catalogue Российская электронная школа. https://resh.edu.ru/subject/3/5/ Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru Московская олимпиада школьников https://mos.olimpiada.ru
	Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Серия независимых испытаний Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности. Практическая работа с использованием электронных таблиц		
Основные виды деятельности обучающихся			
Разбивать сложные эксперименты на отдельные испытания.			

Решать задачи на поиск вероятностей событий в серии испытаний до первого успеха и в сериях испытаний Бернулли, а также в опытах со случайным выбором из конечной совокупности с использованием комбинаторных фактов и формул, в том числе в ходе практической работы с применением стандартных функций			
6	**Случайные величины и распределения**	**3**	ЭОР «Единый государственный экзамен.11 класс. Математика» ООО «ЯКласс» ЭОР «Я сдам ЕГЭ. Математика» АО Издательство «Просвещение» Тренажер «Облако знаний» Математика 10,11 класс ООО «Физикон Лаб» Вероятность и статистика 10-11 класс Интерактивные задания ООО «Скаенг» Вероятность и статистика 10-11 класс ООО «СБЕРОБРАЗОВАНИЕ»

			Математика 10-11 классы ГАОУ ВО МГПУ Цифровой курс Вероятность и статистика. 10-11 класс ФГАОУ ДПО «Академия Минпросвещения России» Библиотека МЭШ https://uchebnik.mos.ru/catalogue Российская электронная школа. https://resh.edu.ru/subject/3/5/ Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru Московская олимпиада школьников https://mos.olimpiada.ru
	Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. Операции над		

	случайными величинами. Примеры распределений. Бинарная случайная величина. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение. Математическое ожидание случайной величины. Совместное распределение двух случайных величин. Независимые случайные величины. Свойства математического ожидания. Математическое ожидание бинарной случайной величины. Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений. Дисперсия и стандартное отклонение. Дисперсия бинарной случайной величины. Свойства дисперсии. Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин. Дисперсия биномиального распределения. Практическая работа с использованием электронных таблиц		
Основные виды деятельности обучающихся			
Осваивать понятия: случайная величина, распределение, таблица распределения, диаграмма распределения. Находить значения суммы и произведения случайных величин. Строить бинарные распределения по описанию событий в случайных опытах.			

Строить и распознавать геометрическое и биномиальное распределения. Решать задачи на вычисление математического ожидания/ Строить совместные распределения. Изучать свойства математического ожидания. Решать задачи с помощью изученных свойств. По изученным формулам находить математические ожидания случайных величин, имеющих геометрическое и биномиальное распределения. Осваивать понятия: дисперсия, стандартное отклонение случайной величины. Находить дисперсию по распределению. Изучать свойства дисперсии. По изученным формулам находить дисперсию биномиального распределения, в том числе в ходе практической работы			
7	**Закон больших чисел**	**3**	ЭОР «Единый государственный экзамен.11 класс. Математика» ООО «ЯКласс» ЭОР «Я сдам ЕГЭ. Математика» АО Издательство «Просвещение» Тренажер «Облако знаний» Математика 10,11 класс ООО «Физикон Лаб» Вероятность и статистика 10-11 класс

			Интерактивные задания ООО «Скаенг» Вероятность и статистика 10-11 класс ООО «СБЕРОБРАЗОВАНИЕ» Математика 10-11 классы ГАОУ ВО МГПУ Цифровой курс Вероятность и статистика. 10-11 класс ФГАОУ ДПО «Академия Минпросвещения России» Библиотека МЭШ https://uchebnik.mos.ru/catalogue Российская электронная школа. https://resh.edu.ru/subject/3/5/ Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru

			Московская олимпиада школьников https://mos.olimpiada.ru
	Неравенство Чебышёва. Теорема Чебышёва. Теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод исследований. Практическая работа с использованием электронных таблиц		
Основные виды деятельности обучающихся			
Разбирать доказательства теорем. Осваивать выборочный метод исследований, в том числе в ходе практической работы			
8	**Элементы математической статистики**	**3**	ЭОР «Единый государственный экзамен.11 класс. Математика» ООО «ЯКласс» ЭОР «Я сдам ЕГЭ. Математика» АО Издательство «Просвещение» Тренажер «Облако знаний» Математика 10,11 класс ООО «Физикон Лаб» Вероятность и статистика

			10-11 класс Интерактивные задания ООО «Скаенг» Вероятность и статистика 10-11 класс ООО «СБЕРОБРАЗОВАНИЕ» Математика 10-11 классы ГАОУ ВО МГПУ Цифровой курс Вероятность и статистика. 10-11 класс ФГАОУ ДПО «Академия Минпросвещения России» Библиотека МЭШ https://uchebnik.mos.ru/catalogue Российская электронная школа. https://resh.edu.ru/subject/3/5/ Всероссийская олимпиада школьников

			https://vos.olimpiada.ru Московская олимпиада школьников https://mos.olimpiada.ru
	Генеральная совокупность и случайная выборка. Знакомство с выборочными характеристиками. Оценка среднего и дисперсии генеральной совокупности с помощью выборочных характеристик. Оценивание вероятностей событий по выборке. Статистическая гипотеза. Проверка простейших гипотез с помощью свойств изученных распределений. Практическая работа с использованием электронных таблиц		
Основные виды деятельности обучающихся			
Осваивать понятия: генеральная совокупность, выборка, выборочное среднее и выборочная дисперсия. Вычислять выборочные характеристики и на их основе оценивать характеристики генеральной совокупности. Осваивать понятия: статистическая гипотеза. Оценивать вероятность событий и проверять простейшие гипотезы на основе выборочных данных, в том числе в ходе практической работы			
9	**Непрерывные случайные величины (распределения), показательное и нормальное распределения**	**3**	ЭОР «Единый государственный экзамен.11 класс. Математика»

			ООО «ЯКласс» ЭОР «Я сдам ЕГЭ. Математика» АО Издательство «Просвещение» Тренажер «Облако знаний» Математика 10,11 класс ООО «Физикон Лаб» Вероятность и статистика 10-11 класс Интерактивные задания ООО «Скаенг» Вероятность и статистика 10-11 класс ООО «СБЕРОБРАЗОВАНИЕ» Математика 10-11 классы ГАОУ ВО МГПУ Цифровой курс Вероятность и статистика. 10-11 класс ФГАОУ ДПО «Академия Минпросвещения

			России» Библиотека МЭШ https://uchebnik.mos.ru/catalogue Российская электронная школа. https://resh.edu.ru/subject/3/5/ Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru Московская олимпиада школьников https://mos.olimpiada.ru
	Примеры непрерывных случайных величин. Функция плотности вероятности. Равномерное распределение. Примеры задач, приводящих к показательному и к нормальному распределениям. Функция плотности вероятности показательного распределения. Функция плотности вероятности нормального распределения		
Основные виды деятельности обучающихся			
Знакомиться понятиями: непрерывная случайная величина, непрерывное			

распределение, функция плотности вероятности. Находить вероятности событий по данной функции плотности. Знакомиться с понятиями: показательное распределение, нормальное распределение. Выделять по описанию случайные величины, распределенные по показательному закону, по нормальному закону. Разбирать примеры задач, приводящих к показательному распределению и к нормальному распределению			
13	**Распределение Пуассона**	**3**	ЭОР «Единый государственный экзамен.11 класс. Математика» ООО «ЯКласс» ЭОР «Я сдам ЕГЭ. Математика» АО Издательство «Просвещение» Тренажер «Облако знаний» Математика 10,11 класс ООО «Физикон Лаб» Вероятность и статистика 10-11 класс Интерактивные задания ООО «Скаенг» Вероятность и статистика

			10-11 класс ООО «СБЕРОБРАЗОВАНИЕ» Математика 10-11 классы ГАОУ ВО МГПУ Цифровой курс Вероятность и статистика. 10-11 класс ФГАОУ ДПО «Академия Минпросвещения России» Библиотека МЭШ https://uchebnik.mos.ru/catalogue Российская электронная школа. https://resh.edu.ru/subject/3/5/ Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru Московская олимпиада школьников https://mos.olimpiada.ru

	Последовательность одиночных независимых событий. Пример задачи, приводящей к распределению Пуассона. Практическая работа с использованием электронных таблиц		
Основные виды деятельности обучающихся			
Выделять по описанию случайного опыта величины, распределенные по закону Пуассона. Решать задачи, в том числе в ходе практической работы с применением стандартных функций электронных таблиц			
14	**Связь между случайными величинами**	**3**	ЭОР «Единый государственный экзамен.11 класс. Математика» ООО «ЯКласс» ЭОР «Я сдам ЕГЭ. Математика» АО Издательство «Просвещение» Тренажер «Облако знаний» Математика 10,11 класс ООО «Физикон Лаб» Вероятность и статистика 10-11 класс

			Интерактивные задания ООО «Скаенг» Вероятность и статистика 10-11 класс ООО «СБЕРОБРАЗОВАНИЕ» Математика 10-11 классы ГАОУ ВО МГПУ Цифровой курс Вероятность и статистика. 10-11 класс ФГАОУ ДПО «Академия Минпросвещения России» Библиотека МЭШ https://uchebnik.mos.ru/catalogue Российская электронная школа. https://resh.edu.ru/subject/3/5/ Всероссийская олимпиада школьников https://vos.olimpiada.ru

			Московская олимпиада школьников https://mos.olimpiada.ru
	Ковариация двух случайных величин. Коэффициент корреляции. Совместные наблюдения двух величин. Выборочный коэффициент корреляции. Различие между линейной связью и причинно-следственной связью. Линейная регрессия. Практическая работа с использованием электронных таблиц		
Основные виды деятельности обучающихся			
Осваивать понятия: ковариация, коэффициент корреляции, линейная зависимость. Оценивать характер связи между случайными величинами, исходя из природы данных и вычисленных характеристик. Использовать диаграммы рассеивания для изображения совместного рассеивания данных. Находить коэффициенты оси диаграммы, в том числе в ходе практической работы с применением стандартных функций			

5. Рабочая программа составлена с учетом программы воспитания ЧУ ОО «Петровская школа».

Практическая реализация цели и задач воспитания осуществляется в рамках следующих направлений воспитательной работы школы:

№	название модулей воспитательной деятельности
1	«Основные школьные дела»

2	«Школьный урок»
3	«Экскурсии»
4	«Профориентация»
5	«Организация предметно-пространственной среды»
6	«Юбилейные даты»
7	«Творческая и интеллектуальная среда в школе и в социальной среде большого города»
8	«Школьные медиа-ресурсы»
9	«Социальное партнерство»
10	«Здоровая окружающая среда – здоровый организм: взаимосвязь и взаимовлияние»
11	«Профилактика и безопасность»